

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

ФАКУЛЬТЕТ КОМП'ЮТЕРНИХ НАУК ТА КІБЕРНЕТИКИ

Кафедра теорії та технології програмування

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Заступник декана  
з навчальної роботи

\_\_\_\_\_ Кашпур О.Ф.

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2018 року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ  
МАТЕМАТИЧНА ЛОГІКА ТА ТЕОРІЯ АЛГОРИТМІВ

для студентів

галузь знань **11 «математика та статистика»** *(шифр і назва)*  
спеціальність **113 «Прикладна математика»**  
*(шифр і назва спеціальності)*  
освітній рівень **бакалавр**  
*(молодший бакалавр, бакалавр, магістр)*  
освітня програма **«Прикладна математика»**  
*(назва освітньої програми)*

вид дисципліни **вибіркова**

Форма навчання	<b>денна</b>
Навчальний рік	<b>2018/2019</b>
Семестр	<b>4</b>
Кількість кредитів ECTS	<b>5</b>
Мова викладання, навчання та оцінювання	<b>українська</b>
Форма заключного контролю	<b>екзамен</b>

Викладачі: **к.ф.-м.н., доц. Зубенко В.В.** (лекції, практичні заняття),  
**к.ф.-м.н., асистент Федорова М.В.** (практичні заняття)  
**асистент Поліщук Н.В.** (практичні заняття)

Пролонговано: на 20\_\_/20\_\_ н.р. \_\_\_\_\_ (\_\_\_\_\_) «\_\_» \_\_ 20\_\_ р.  
(підпис, ПІБ, дата)

на 20\_\_/20\_\_ н.р. \_\_\_\_\_ (\_\_\_\_\_) «\_\_» \_\_ 20\_\_ р.  
(підпис, ПІБ, дата)

**КИЇВ 2018**

Розробник: доц. Зубенко Віталій Володимирович, к.ф.-м.н.,  
доцент кафедри теорії та технології програмування

ЗАТВЕРДЖЕНО

В.о. завідувача кафедри теорії та  
технології програмування

\_\_\_\_\_ (Т.В. Панченко)  
(підпис) (прізвище та ініціали)

Протокол № \_\_ від «\_\_» \_\_\_\_\_ 2018 р.

Схвалено науково-методичною комісією факультету комп'ютерних наук та  
кібернетики

Протокол від «\_\_» \_\_\_\_\_ 2018 року № \_\_

Голова науково-методичної комісії \_\_\_\_\_ Д.Я. Хусаїнов  
(підпис) (прізвище та ініціали)

«\_\_» \_\_\_\_\_ 2018 року

Затверджено вченою радою факультету комп'ютерних наук та кібернетики

Протокол від «\_\_» \_\_\_\_\_ 2018 року № \_\_

Голова вченої ради факультету \_\_\_\_\_ А.В. Анісімов  
(підпис) (прізвище та ініціали)

## ВСТУП

**1. Мета дисципліни** – засвоєння базових знань з основ математичної логіки та теорії алгоритмів, включаючи вивчення семантичних моделей та формальних мов логіки, вивчення формально-аксіоматичних логічних систем та систем пошуку доведень, вивчення формальних моделей алгоритмів та алгоритмічно обчислюваних функцій, питань обчислюваності, розв'язності та нерозв'язності масових проблем.

**2. Попередні вимоги до опанування навчальної дисципліни:**

1. *Знати:* базові поняття дискретної математики: основи теорії множин, теорії відношень, теорії булевих функцій.

2. *Вміти:* встановлювати основні теоретико-множинні співвідношення, використовувати апарат теорії булевих функцій.

**3. Анотація навчальної дисципліни:**

Навчальна дисципліна «Математична логіка та теорія алгоритмів» є складовою освітньо-професійної програми підготовки фахівців за першим (бакалаврським) рівнем вищої освіти *галузі знань* 11 «Математика та статистика» зі *спеціальності* 11 «Математика та статистика», *освітньо-професійної програми* „Прикладна математика”.

Дана дисципліна є обов'язковою навчальною за *програмою „Прикладна математика”*

Викладається у 4 семестрі 2 курсу в **обсязі – 150 год.**

**(5 кредитів ECTS)**, зокрема: *лекції – 42 год., практичні заняття – 32 год., консультації – 2 год., самостійна робота – 74 год.* У курсі передбачено 3 *контрольні роботи та колоквиум.* Завершується дисципліна – **екзаменом в 4 семестрі.**

В результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен:

**знати** основні поняття, засоби і методи математичної логіки та теорії алгоритмів, їхні застосування в прикладній математиці й моделюванні; мови пропозиційної логіки та логіки 1-го порядку, їхні можливості для опису предметних областей; мати сучасні уявлення про основні методи пошуку доведень та засоби логічного виведення, знати основні формальні моделі алгоритмів та обчислюваних функцій; властивості рекурсивних та рекурсивно перелічних множин, рекурсивних та частково-рекурсивних предикатів, арифметичних множин та предикатів; мати сучасні уявлення про розв'язність, часткову розв'язність та нерозв'язність масових проблем;

**вміти** описувати засобами формальних мов твердження стосовно тих чи інших предметних областей; встановлювати істинність та виконуваність, наявність логічного наслідку; встановлювати виразність та невиразність (використовуючи метод автоморфізмів) предикатів у моделях мови; проводити виведення в численнях гільбертівського типу, резолютивні виведення, виведення в численнях генценівського типу (секвенційних численнях), будувати формальні моделі алгоритмів та обчислюваних функцій, використовувати тезу Чорча; встановлювати розв'язність, часткову розв'язність та нерозв'язність масових проблем, їх звідності.

Дисципліна "Математична логіка та теорія алгоритмів" є базовою для засвоєння матеріалу нормативних дисциплін "Комп'ютерна алгебра", "Системне програмування", "Сучасні проблеми аналізу", "Інформаційні технології", "Теорія прийняття рішень", низки спекурсів відповідного напрямку.

#### 4. Завдання (навчальні цілі):

набуття знань, умінь та навичок (компетенцій) на рівні новітніх досягнень у математичній логіці та теорії алгоритмів відповідно до кваліфікації фахівець з прикладної математики.

Зокрема, розвивати:

- здатність до аналізу та синтезу з використанням абстрактних категорій;
- здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем.

#### 5. Результати навчання за дисципліною:

Результат навчання (1. знати; 2. вміти; 3. комунікація; 4. автономність та відповідальність)		Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання	Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності)	Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни
Код	Результат навчання			
РН1.1	<i>Знати</i> основні поняття, засоби і методи математичної логіки, їх застосування в інформатиці й програмуванні; знати мови пропозиційної логіки та логіки 1-го порядку, їх можливості для опису предметних областей.	<i>Лекція, самостійна робота</i>	<i>Колоквіум, контрольна робота, екзамен</i>	24%
РН1.2	<i>Знати</i> основні методи пошуку доведень та засоби логічного виведення: метод резолюцій, числення гільбертівського та генценівського типу).	<i>Лекція, самостійна робота</i>	<i>Колоквіум, контрольна робота, екзамен</i>	14%
РН1.3	<i>Знати</i> основні формальні моделі алгоритмів та обчислюваних функцій, їх властивості, тезу Чорча, знати кодування та нумерації, універсальні функції та програми	<i>Лекція, самостійна робота</i>	<i>Колоквіум, контрольна робота, екзамен</i>	16%
РН2.1	<i>Вміти</i> описувати на формальних мовах 1-го порядку твердження стосовно тих чи інших предметних областей; встановлювати істинність пропозиційних формул, безкванторних формул, формул 1-го порядку; встановлювати наявність логічного наслідку; встановлювати виразність та невиразність предикатів у моделях мови. проводити виведення в пропозиційних численнях та в першопорядкових численнях гільбертівського типу та генценівського типу	<i>практичні заняття, самостійна робота</i>	<i>Контрольна робота, екзамен</i>	26%
РН2.2	<i>Вміти</i> проводити виведення в пропозиційних численнях та в першопорядкових численнях гільбертівського типу та генценівського типу	<i>практичні заняття, самостійна робота</i>	<i>Контрольна робота, екзамен</i>	14%
РН3.1	<i>Обґрунтовувати</i> власний погляд на задачу та спосіб її розв'язання, спілкуватися з колегами з питань застосування апарату математичної логіки та теорії алгоритмів	<i>практичні заняття, самостійна робота</i>	<i>Поточне оцінювання</i>	6%

**6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання**

<b>Результати навчання дисципліни Програмні результати навчання</b>	<b>1.1</b>	<b>1.2</b>	<b>1.3</b>	<b>2.1</b>	<b>2.2</b>	<b>3.1</b>
<i>(з опису освітньої програми)</i>						
<b>ПРН4.</b> Виконувати математичний опис, аналіз та синтез дискретних об'єктів та систем, використовуючи поняття й методи дискретної математики та теорії алгоритмів.	+	+	+	+	+	+
<b>ПРН8.</b> Розробляти дискретні та неперервні математичні моделі.					+	+

## 7. Схема формування оцінки

### 7.1. Форми оцінювання студентів:

- семестрове оцінювання (максимальна кількість балів):

1. Контрольна робота 1: РН 1.1, РН 2.2 – 10 балів
2. Контрольна робота 2: РН 1.1, РН 2.1 – 14 балів
3. Контрольна робота 3: РН 1.2, РН 1.3, РН 2.2 – 12 балів
4. Колоквіум: РН 1.1 – РН 1.3 – 18 балів
5. Робота студентів на практичних заняттях: РН 3.1 – 6 балів

- підсумкове оцінювання (у формі екзамену):

- максимальна кількість балів які можуть бути отримані студентом: 40 балів;
- результати навчання які будуть оцінюватись: РН 1.1 – РН 1.3, РН 2.1 – РН 2.2
- форма проведення: письмова

Види завдань:

**Структура екзаменаційної роботи та критерії оцінювання:**

1. Теоретичне запитання (РН 1.1 – РН 1.2).
2. Теоретичне запитання (РН 1.2 – РН 1.3).
3. 6 тестових завдань (РН 2.1).
4. Письмове завдання (РН 2.1).
5. Письмове завдання (РН 2.2).

### Критерії оцінювання екзаменаційної роботи

Завдання	Вид завдання	Максимальний бал (відсоток)	Всього балів (відсотків)
Завдання 1, 2	Теоретичне запитання	по 9 балів (22.5 %)	18 балів (45 %)
Завдання 3	6 тестових завдань	по 2.5 бали (6.25 %)	15 балів (37.5 %)
Завдання 4	Письмове завдання	3 бали (7.5 %)	3 бали (7.5 %)
Завдання 5	Письмове завдання	4 бали (10 %)	4 бали (10 %)
<b>Всього</b>			<b>40 балів (100%)</b>

Студент *допускається* до іспиту, якщо він під час семестру набрав *не менше 24 балів*, у тому числі набрав *не менше 18 балів* за контрольні роботи

Для отримання загальної позитивної оцінки з дисципліни оцінка за екзамен *не може бути меншою 24 балів*

## Перелік питань для підготовки до екзамену

01. Предмет математичної логіки. Становлення та розвиток логіки. Основні закони традиційної логіки.
02. Поняття висловлення, предиката. Числення; формальні системи. Поняття логічної системи. Поняття алгоритму; алгоритмічна обчислюваність, перелічність, розв'язність.
03. Пропозиційна логіка. Композиції пропозиційного рівня (логічні зв'язки). Мова ПЛ. Тавтології.
04. Логічний (тавтологічний) наслідок, логічна (тавтологічна) еквівалентність. Теорема еквівалентності. Логічний наслідок для множин формул.
05. Пропозиційне числення. Приклади виведень в ПЧ. Теорема тавтології, наслідки ТТ. Коректність, повнота, розв'язність ПЧ.
06. Пошук виведень. Метод резолюцій для пропозиційної логіки.
07. Поняття секвенції. Секвенційні форми, секвенційні дерева. Пропозиційне секвенційне числення. Теореми коректності та повноти ПСЧ, доведення повноти методом модельних (Хінтікківських) множин.
08. Композиційні системи, композиційні алгебри. Композиції номінативного рівня. Реномінації. Суперпозиції. Квантори. Композиції рівності.
09. Реномінативні неокласичні числення Гільбертівського та Генценівського типу, їх коректність та повнота.
10. Класичні логіки 1-го порядку, їх мови. Терми, формули. Вільні, зв'язані змінні. Колізії. Замкнені формули.
11. Інтерпретації мов 1-го порядку. Алгебраїчні системи (АС). Виразність предикатів, множин, функцій в АС.
12. Мова арифметики. Арифметичні предикати, множини, функції. Істинні арифметичні формули.
13. Істинність та виконуваність формул. Всюди істинні формули. Тавтології. Істинність та скінченно-істинність.
14. Тавтологічний, логічний, слабкий логічний наслідок. Відношення логічного наслідку для множин формул.
15. Логічна еквівалентність. Еквівалентні перетворення формул. Теорема еквівалентності; теореми рівності.
16. Пренексні операції. Пренексна нормальна форма. Сколемівська нормальна форма.
17. Гомоморфізми, ізоморфізми, автоморфізми АС. Підсистеми. Фактор-системи; канонічний гомоморфізм.
18. Теореми про гомоморфізми, ізоморфізм. Елементарна еквівалентність, зв'язок з ізоморфізмом.
19. Теорема виразності. Доведення невиразності предикатів за допомогою автоморфізмів.
20. Теорії 1-го порядку ( $Th_1$ ); логічні аксіоми і правила виведення. Приклади  $Th_1$ ; числення предикатів 1-го порядку, формальна арифметика. Моделі  $Th_1$ ; теорема істинності.
21. Теорема тавтології, її використання для виведень в  $Th_1$ . Теорема дедукції.
22. Поняття несуперечливості та максимальності (повноти) теорій 1-го порядку. Теорема Лінденбаума.
23. Поняття перелічності та розв'язності теорій 1-го порядку. Теорема про розв'язність.
24. Теорема Гьоделя про повноту. Теорема компактності.
25. Теореми Льовенгейма-Сколема. Парадокси Сколема. Нестандартні моделі формальної арифметики.
26. Категоричність теорій 1-го порядку. Теорема Лося-Воота.
27. Теореми Гьоделя про неповноту, їх значення.
28. Теорема Ербрана. Метод спростування Ербрана.
29. Поняття уніфікатора; найзагальніший уніфікатор. Метод резолюцій для логік 1-го порядку.

30. Секвенційні числення класичних логік 1-го порядку. Теорема про контрмоделі, теореми коректності та повноти.
31. Наслідки теореми повноти секвенційних числень. Теореми компактності.



## 7.2. Організація оцінювання:

### Терміни проведення форм оцінювання:

1. Контрольна робота 1: до 5 тижня семестру.
2. Контрольна робота 2: до 10 тижня семестру.
3. Контрольна робота 3: до 14 тижня семестру.
4. Колоквіум: до 17 тижня семестру.

Студент має право на одне перескладання контрольної роботи та колоквіуму із можливістю отримання максимально таких балів:

за контрольні роботи – 8, 12 та 10 балів,  
за колоквіум – 15 балів.

Термін перескладання визначається викладачем.

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перездачі контрольних робіт та колоквіуму здійснюються у відповідності до „Положення про порядок оцінювання знань студентів при кредитно-модульній системі організації навчального процесу” від 1 жовтня 2010 року.

### 7.3. Шкала відповідності оцінок

<b>Відмінно / Excellent</b>	90-100
<b>Добре / Good</b>	75-89
<b>Задовільно / Satisfactory</b>	60-74
<b>Незадовільно / Fail</b>	0-59
<b>Зараховано / Passed</b>	60-100

## 8. СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

### ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ І ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

### СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

### ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ І СЕМІНАРСЬКИХ ЗАНЯТЬ

№ лекції	Назва лекції	Кількість годин		
		Лекції	Практ. заняття	Сам. р-та
<b>Частина 1. Основи математичної логіки</b>				
1.	<b>Тема 1.</b> Основні поняття логіки.	2	2	3
2-3.	<b>Тема 2.</b> Пропозиційна логіка. Теорема тавтологій.	4	4	6
4.	<b>Тема 3.</b> Секвенційне та резолюційне числення.	2	2	4
5-7.	<b>Тема 4.</b> Логіки 1-го порядку.	6	4	9
8-10.	<b>Тема 5.</b> Числення логік 1-го порядку. Теорії 1-го порядку. Теорема Гьоделя про повноту. Секвенційні числення.	6	4	10
Контрольна робота № 1				
Колоквіум (за матеріалами частини 1)				
Всього по частині 1		20	16	34
<b>Частина 2. Формальні моделі алгоритмів та обчислюваних функцій. Нумерації</b>				
11-12.	<b>Тема 6.</b> Формальні моделі алгоритмів.	4	4	6
13-14.	<b>Тема 7.</b> Частково рекурсивні функції. Програмовані функції. Теза Чорча.	4	2	6
15.	<b>Тема 8.</b> Нумерації. Універсальні функції.	2	2	8
Контрольна робота № 2				
Всього по частині 2		10	8	20
<b>Частина 3. Розв'язність та нерозв'язність. Звідності. Складність обчислень</b>				
16-17.	<b>Тема 9.</b> Рекурсивні та рекурсивно перелічні множини. Рекурсивні та частково рекурсивні предикати	4	4	6
18-19.	<b>Тема 10.</b> Нерозв'язність та часткова розв'язність. Індексні множини. Теореми Райса, Райса-Шапіро	4	2	6
20-21.	<b>Тема 11.</b> Звідності. Відносна обчислюваність. Складність обчислень. Арифметична ієрархія.	4	2	8
Контрольна робота № 3				
Всього по частині 3		12	8	20
<b>ВСЬОГО</b>		42	32	74
Консультація		2		
Екзамен				

Загальний обсяг – 150 год., у тому числі:

Лекцій – 42 год.,

Консультацій – 2 год.

Практичних занять – 32 год.,

Самостійна робота - 74 год.

## **Теми, винесені на самостійне вивчення**

Софізми. Парадокси. Розвиток основних понять логіки.

Композиційно-номінативний підхід до побудови програмно-орієнтованих логічних формалізмів

Доведення теореми тавтології.

Метод модельних множин.

Реномінативні числення. Реномінативні та безкванторно-функціональні логіки з рівністю.

Класичні алгебраїчні системи, їх властивості.

Сколемівська нормальна форма. Сколемізація, інверсна сколемізація

Фактор-системи. Канонічний гомоморфізм. Теореми про гомоморфізми та ізоморфізм.

Логіки квазіарних предикатів. Неокласичні логіки еквітонних предикатів кванторного рівня; семантичні властивості; нормальні форми.

Логіки еквітонних предикатів функціональних рівнів.

Теорема редукції. Синтаксичні теореми еквівалентності, рівності.

Числення Гільбертівського типу неокласичних логік 1-го порядку

Доведення теореми Гьоделя про повноту.

Теорема Ербрана.

Алгоритми знаходження найзагальнішого уніфікатора. Повнота методу резолюцій.

Секвенційні числення логік функціональних рівнів.

Теорема Генцена про елімінацію перетинів.

## 9. Рекомендовані джерела:

### *Основні*

1. Клини С. Математическая логика. – М.: Наука, 1973.
2. Лавров И.А., Максимова Л.Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. – М., 2001.
3. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. – М., 1976.
4. Непейвода Н.Н. Прикладная логика. – Новосибирск, 2000.
5. Нікітченко М.С., Шкільняк С.С. Прикладна логіка. – К., 2013.
6. Нікітченко М.С., Шкільняк С.С. Математична логіка та теорія алгоритмів. – К., 2008.
7. Шенфилд Дж. Математическая логика. – М., 1975.
8. Шкільняк С.С. Математична логіка: приклади і задачі. – К., 2007.

### *Додаткові*

9. Андон Ф.И., Яшунин А.Е., Резниченко В.А. Логические модели интеллектуальных информационных систем. – К., 1999.
10. Булос Дж., Джеффри Р. Вычислимость и логика. – М., 1994.
11. Глушков В.М., Цейтлин Г.Е., Ющенко Е.Л. Алгебра, языки, программирование. – К., 1978.
12. Зубенко В.В., Омельчук Л.Л. Програмування. – К., 2011.
13. Капітонова Ю.В., Кривий С.Л., Летичевський О.А. та ін. Основи дискретної математики. – К., 2002.
14. Катленд Н. Вычислимость. Введение в теорию рекурсивных функций. – М., 1983.
15. Клини С. Введение в метаматематику. – М., 1957.
16. Лисовик Л.П., Редько В.Н. Алгоритмы и формальные системы. – К., 1981.
17. Лісовик Л.П., Шкільняк С.С. Теорія алгоритмів. – К., 2003.
18. Мальцев А.И. Алгебраические системы. – М., 1970.
19. Нікітченко М.С., Шкільняк С.С. Основи математичної логіки. – К., 2006.
20. Семантика модальных и интенциональных логик. – М., 1981.
21. Смирнова Е.А. Логика и философия. – М., 1996.
22. Справочная книга по математической логике (под ред. Дж. Барвайса): В 4 т. – М., 1982–1983.
23. Такеути Г. Теория доказательств. – М., 1978.
24. Фейс Р. Модальная логика. – М., 1974.
25. Чень Ч., Ли Р. Математическая логика и автоматическое доказательство теорем. – М., 1983.
26. Шкільняк С.С. Математична логіка. Електронний навчальний посібник // Репозитарій електронних ресурсів КНУ. – 2012. – <http://195.68.210.50/moodle>.
27. Belnap N., Steel T. The logic of questions and answers. – New Haven and London: Yale Univ. Press, 1976.
28. Gabbay D. Elementary logic (A procedural perspective). – Prentice Hall Europe, 1998.