

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

ФАКУЛЬТЕТ КОМП'ЮТЕРНИХ НАУК ТА КІБЕРНЕТИКИ

Кафедра теорії та технології програмування

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Заступник декана  
з навчальної роботи

\_\_\_\_\_ Кашпур О.Ф.

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2018 року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ  
ТЕОРІЯ АЛГОРИТМІВ

для студентів

галузь знань **12 «Інформаційні технології»**  
(шифр і назва)

спеціальність **122 «Комп'ютерні науки»**  
(шифр і назва спеціальності)

освітній рівень **бакалавр**  
(молодший бакалавр, бакалавр, магістр)

освітня програма **«Інформатика»**  
(назва освітньої програми)

вид дисципліни **обов'язкова**

Форма навчання	<b>денна</b>
Навчальний рік	<b>2018/2019</b>
Семестр	<b>4</b>
Кількість кредитів ECTS	<b>5</b>
Мова викладання, навчання та оцінювання	<b>українська</b>
Форма заключного контролю	<b>іспит</b>

Викладачі: **д.ф.-м.н., проф. Шкільняк С.С.** (лекції, практичні заняття),

**к. ф.-м.н., асистент Криволап А.В.** (практичні заняття)

**асистент Шишацька О.В.** (практичні заняття)

Пролонговано: на 20\_\_/20\_\_ н.р. \_\_\_\_\_ (\_\_\_\_\_) «\_\_» \_\_ 20\_\_ р.  
(підпис, ПІБ, дата)

на 20\_\_/20\_\_ н.р. \_\_\_\_\_ (\_\_\_\_\_) «\_\_» \_\_ 20\_\_ р.  
(підпис, ПІБ, дата)

КИЇВ 2018

Розробник: проф. Шкільняк Степан Степанович, д.ф.-м.н.,  
професор кафедри теорії та технології програмування

ЗАТВЕРДЖЕНО

В.о. завідувача кафедри теорії та  
технології програмування

\_\_\_\_\_ (Т.В. Панченко)  
(підпис) (прізвище та ініціали)

Протокол № \_\_ від «\_\_» \_\_\_\_\_ 2018 р.

Схвалено науково-методичною комісією факультету комп'ютерних наук та  
кібернетики

Протокол від «\_\_» \_\_\_\_\_ 2018 року № \_\_

Голова науково-методичної комісії \_\_\_\_\_ Д.Я. Хусаїнов  
(підпис) (прізвище та ініціали)

«\_\_» \_\_\_\_\_ 2018 року

Затверджено вченою радою факультету комп'ютерних наук та кібернетики

Протокол від «\_\_» \_\_\_\_\_ 2018 року № \_\_

Голова вченої ради факультету \_\_\_\_\_ А.В. Анісімов  
(підпис) (прізвище та ініціали)

## ВСТУП

**1. Мета дисципліни** – засвоєння базових знань з основ теорії алгоритмів, включаючи вивчення формальних моделей алгоритмів та алгоритмічно обчислюваних функцій, питань обчислюваності, розв’язності та нерозв’язності масових проблем.

### **2. Попередні вимоги до опанування навчальної дисципліни**

*1. Знати:* базові поняття дискретної математики (основи теорії множин, теорії відношень, теорії булевих функцій, теорії автоматів), основи математичної логіки.

*2. Вміти:* встановлювати базові теоретико-множинні співвідношення, використовувати апарат пропозиційної логіки та логіки предикатів для опису предметних областей, побудови логічних виведень.

### **3. Анотація навчальної дисципліни (до 700 символів)**

Навчальна дисципліна “Теорія алгоритмів” є складовою освітньо-професійної програми підготовки фахівців за першим (бакалаврським) рівнем вищої освіти *галузі знань* 12 „Інформаційні технології” зі спеціальності 122 „Комп’ютерні науки”, *освітньо-професійної програми* „Інформатика”.

Дана дисципліна є обов’язковою навчальною за *програмою “Інформатика”*.

Викладається у 4 семестрі 2 курсу в **обсязі – 150 год. (5 кредитів ECTS)**, зокрема: *лекції – 42 год., практичні заняття – 30 год., консультації – 2 год., самостійна робота – 76 год.* У курсі передбачено 3 *контрольні роботи* та *колоквиум*. Завершується дисципліна – **екзаменом в 4 семестрі**.

В результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен:

**знати** основні поняття, засоби і методи теорії алгоритмів та їх застосування; основні формальні моделі алгоритмів та обчислюваних функцій; властивості рекурсивних та рекурсивно перелічних множин, рекурсивних та частково-рекурсивних предикатів, арифметичних множин та предикатів; мати сучасні уявлення про розв’язність, часткову розв’язність та нерозв’язність масових проблем, звідності масових проблем, складність обчислень, про ефективні операції на функціях та множинах.

**вміти** будувати формальні моделі алгоритмів та обчислюваних функцій, використовувати тезу Чорча; встановлювати розв’язність, часткову розв’язність та нерозв’язність масових проблем, їх звідності; встановлювати клас множини та предиката, їх місце в арифметичній ієрархії; використовувати теореми про нерухому точку.

Дисципліна “Теорія алгоритмів” є базовою для засвоєння матеріалу нормативних дисциплін “Бази даних та інформаційні системи”, “Теорія програмування”, “Системне програмування”, а також “Інформаційні технології”, “Теорія керування та основи робототехніки”, “Теорія прийняття рішень”, “Обчислювальна геометрія та комп’ютерна графіка”, низки спецкурсів відповідного напрямку.

#### **4. Завдання (навчальні цілі):**

набуття знань, умінь та навичок (компетенцій) на рівні новітніх досягнень у теорії алгоритмів відповідно до кваліфікації фахівця з інформаційних технологій.

Зокрема, розвивати:

- здатність до математичного та логічного мислення, формулювання та дослідження математичних моделей, зокрема дискретних математичних моделей, обґрунтування вибору методів і підходів для розв'язування теоретичних і прикладних задач у галузі комп'ютерних наук, аналізу та інтерпретування;
- здатність до алгоритмічного мислення;
- здатність до використання формальних мов і моделей алгоритмічних обчислень, побудови логічних висновків, до проектування, розроблення й аналізу алгоритмів, оцінювання їх ефективності та складності, розв'язності та нерозв'язності алгоритмічних проблем для адекватного моделювання предметних областей і створення програмних та інформаційних систем.

## 5. Результати навчання за дисципліною

Результат навчання (1. знати; 2. вміти; 3. комунікація; 4. автономність та відповідальність*)		Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання	Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності)	Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни
Код	Результат навчання			
PH1.1	<i>Знати</i> основні формальні моделі алгоритмів та обчислюваних функцій, їх властивості, тезу Чорча, знати кодування та нумерації, універсальні функції та програми	<i>Лекція, самостійна робота</i>	<i>Колоквіум, контрольна робота, екзамен</i>	16%
PH1.2	<i>Знати</i> властивості рекурсивних та рекурсивно перелічних множин, рекурсивних та частково-рекурсивних предикатів, мати уявлення про розв'язність і нерозв'язність масових проблем, звідності масових проблем	<i>Лекція, самостійна робота</i>	<i>Колоквіум, контрольна робота, екзамен</i>	22%
PH1.3	<i>Знати</i> арифметичну ієрархію, ефективні операції на функціях та множинах, теореми про нерухому точку, мати уявлення про складність обчислень	<i>Лекція, самостійна робота</i>	<i>Колоквіум, контрольна робота, екзамен</i>	12%
PH2.1	<i>Вміти</i> будувати формальні моделі алгоритмів та обчислюваних функцій (МНР-програми, машини Тьюрінга, системи Поста, рекурсивні й частково-рекурсивні, програмовані функції),	<i>практичні заняття, самостійна робота</i>	<i>Контрольна робота, екзамен</i>	12%
PH2.2	<i>Вміти</i> встановлювати розв'язність, часткову розв'язність, нерозв'язність масових проблем із використанням тези Чорча, встановлювати звідності масових проблем, встановлювати клас множини чи предиката	<i>практичні заняття, самостійна робота</i>	<i>Контрольна робота, екзамен</i>	20%
PH2.3	<i>Вміти</i> встановлювати місце множини чи предиката в арифметичній ієрархії, встановлювати неперервність і рекурсивність операторів, вміти знаходити їх нерухомі точки	<i>практичні заняття, самостійна робота</i>	<i>Контрольна робота, екзамен</i>	12%
PH3.1	<i>Обґрунтовувати</i> власний погляд на задачу та спосіб її розв'язання, спілкуватися з колегами з питань застосування апарату теорії алгоритмів	<i>практичні заняття, самостійна робота</i>	<i>Поточне оцінювання</i>	6%

**6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання**

<b>Результати навчання дисципліни Програмні результати навчання</b>	<b>1.1</b>	<b>1.2</b>	<b>1.3</b>	<b>2.1</b>	<b>2.2</b>	<b>2.3</b>	<b>3.1</b>
<i>(з опису освітньої програми)</i>							
<b>ПР4.</b> Проектувати, розробляти та аналізувати алгоритми розв'язання обчислювальних та логічних задач; оцінювати ефективність та складність алгоритмів на основі застосування формальних моделей алгоритмів та обчислюваних функцій	+	+	+	+	+	+	+

## 7. Схема формування оцінки

### 7.1. Форми оцінювання студентів:

- семестрове оцінювання (максимальна кількість балів):

1. Контрольна робота 1: РН 1.1, РН 2.1 – 11 балів
2. Контрольна робота 2: РН 1.2, РН 2.2 – 15 балів
3. Контрольна робота 3: РН 1.3, РН 2.3 – 10 балів
4. Колоквіум: РН 1.1 – РН 1.3 – 18 балів
5. Робота студентів на практичних заняттях: РН 3.1 – 6 балів

– підсумкове оцінювання (у формі екзамену):

- максимальна кількість балів які можуть бути отримані студентом: 40 балів;
- результати навчання які будуть оцінюватись: РН 1.1 – РН 1.3, РН 2.1 – РН 2.3
- форма проведення і види завдань: письмова форма

Види завдань:

#### Структура екзаменаційної роботи та критерії оцінювання:

1. Теоретичне запитання (РН 1.1 – РН 1.2).
2. Теоретичне запитання (РН 1.2 – РН 1.3).
3. 6 тестових завдань (РН 2.2).
4. Письмове завдання (РН 2.1).
5. Письмове завдання (РН 2.3)

#### Критерії оцінювання екзаменаційної роботи

Завдання	Вид завдання	Максимальний бал (відсоток)	Всього балів (відсотків)
Завдання 1, 2	Теоретичне запитання	по 9 балів (22.5 %)	18 балів (45 %)
Завдання 3	6 тестових завдань	по 2.5 бали (6.25 %)	15 балів (37.5 %)
Завдання 4	Письмове завдання	3 бали (7.5 %)	3 бали (7.5 %)
Завдання 5	Письмове завдання	4 бали (10 %)	4 бали (10 %)
<b>Всього</b>			<b>40 балів (100%)</b>

Студент *допускається* до іспиту, якщо він під час семестру набрав *не менше 24 балів*, у тому числі набрав *не менше 18 балів* за контрольні роботи

Для отримання *загальної позитивної оцінки з дисципліни* оцінка за екзамен *не може бути меншою 24 балів*

## Перелік питань для підготовки до іспиту

1. Поняття алгоритму. Відносні алгоритми. АОФ. Алгоритмічна перелічність, розв'язність.
2. МНР-програми. МНР-обчислюваність.
3. Машина Тьюрінга. МТ-обчислюваність.
4. Нормальні алгоритми Маркова. Обчислюваність за Марковим
5. Системи Поста. Обчислюваність за Постом.
6. Формальні граматики, їх класифікація.
7. Обчислюваність квазіарних функцій на  $N$ . Операції суперпозиції, примітивної рекурсії та мінімізації. Алгебра квазіарних ЧРФ, операторні терми цієї алгебри.
8. Операції суперпозиції, примітивної рекурсії та мінімізації для  $n$ -арних функцій на  $N$ . ПРФ, ЧРФ, РФ. Алгебри  $n$ -арних ЧРФ та ПРФ, операторні терми цих алгебр.
9. Операції підсумовування, мультиплікації, обмеженої мінімізації.
10. Примітивні програмні алгебри. Операції розгалуження, циклу. ППА квазіарних та  $n$ -арних функцій.
11. Примітивна мова програмування *S IPL*, основні конструкції мови. *S IPL*-обчислюваність.
12. Кодування. Нумерації, ефективні нумерації.
13. Канторові нумерації. Нумерації скінченних послідовностей  $N$ .
14. Функція Гьоделя. Теорема про елімінацію примітивної рекурсії.
15. Еквівалентність формальних моделей алгоритмів. Універсальні класи алгоритмів. Теза Чорча, її значення.
16. Кодування та нумерації МНР-програм, МТ, операторних термів відповідних алгебр.
17. Стандартні нумерації  $n$ -арних ЧРФ та ПРФ. Гьодельові нумерації. Обчислювані нумерації.
18. Теорема про параметризацію (*s-m-n*-теорема).
19. Універсальні функції, їх зв'язок з нумераціями. Теореми про універсальні функції.
20. Універсальні ЧРФ, МТ, МНР-програма.
21. Теореми Кліні про рекурсію для індексних РФ (про псевдонерухому точку).
22. Нескінченність множини псевдонерухомих точок. Неіснування природних однозначних ефективних нумерацій  $n$ -арних ЧРФ.
23. ПРМ, РМ, РПМ, їх властивості. Теорема Поста. Еквівалентні визначення РПМ. Нумерації РПМ.
24. ПРП, РП, ЧРП, їх властивості. Теорема Кліні про нормальну форму.
25. Нерозв'язність проблем зупинки та самозастосовності. Наслідки.
26. Замкненість ПРМ, РМ та РПМ відносно теоретико-множинних операцій.
27. Замкненість ПРП, РП та ЧРП відносно логічних операцій.
28. Співвідношення між класами функцій та їх графіків.
29. Теорема Райса, її значення. Дуальна до теореми Райса.
30. Канонічна нумерація скінченних множин; зв'язок між канонічними та стандартними індексами.
31. Теорема Райса-Шапіро.
32. Звідності.  $m$ -звідність, її властивості. 1-звідність.
33.  $m$ -степені, їх властивості. Теорема про сюрремум.
34. Продуктивні та креативні множини, їх властивості.
35.  $m$ -повні множини, їх зв'язок з креативними множинами. Рекурсивна та ефективна нероздільність.
36. Імунні та прості множини. Гіперімунні та гіперпрості множини
37. Відносна обчислюваність. МНРО-обчислювані функції,  $\alpha$ -ЧРФ. Теза Тьюрінга.
38. Релятивізація теорем.
39.  $T$ -звідність, її властивості.
40.  $T$ -степені, їх властивості.
41.  $T$ -повні множини. Операція скачка, її властивості;  $n$ -скачок та  $\omega$ -скачок.
42. Арифметичність ЧРФ, РПМ та ЧРП. Теорема Тарського.



43. Арифметична ієрархія. Алгоритм Тарського-Куратовського.
44. Функціональні та множинні оператори. Монотонність та неперервність операторів.
45. Оператори переліку (ОП). Частково рекурсивні (ЧРО), рекурсивні оператори (РО).
46. Критерій РО. Загальнорекурсивні оператори (ЗРО). Співвідношення між ЧРО, РО та ЗРО.
47. Теорема Майхілла-Шепердсона.
48. Теореми Кліні про нерухому точку для ОП і РО.
49. Зв'язок теорем про нерухому точку із теоремами про псевдонерухому точку для індексних РФ. Метод НТ в програмуванні.
50. Обчислюваність за лінійний час, за поліноміальний час. Класи  $P$  та  $NP$ .
51. Міри обчислювальної складності. Елементарні за Кальмаром функції.

## 7.2. Організація оцінювання

### Терміни проведення форм оцінювання:

1. Контрольна робота 1: до 7 тижня семестру.
2. Контрольна робота 2: до 13 тижня семестру.
3. Контрольна робота 3: до 19 тижня семестру.
4. Колоквіум: до 20 тижня семестру.

Студент має право на одне перескладання контрольної роботи та колоквіуму із можливістю отримання максимально таких балів:

за контрольні роботи – 9, 12 та 8 балів,

за колоквіум – 15 балів.

Термін перескладання визначається викладачем.

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перездачі контрольних робіт та колоквіуму здійснюються у відповідності до „Положення про порядок оцінювання знань студентів при кредитно-модульній системі організації навчального процесу” від 1 жовтня 2010 року.

За активну роботу на заняттях та виконання індивідуальних завдань студент може отримати до 6 балів.

### 7.3. Шкала відповідності оцінок

<b>Відмінно / Excellent</b>	90-100
<b>Добре / Good</b>	75-89
<b>Задовільно / Satisfactory</b>	60-74
<b>Незадовільно / Fail</b>	0-59
<b>Зараховано / Passed</b>	60-100

## 8. СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

### ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ І ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

№ лекції	Назва лекції	Кількість годин		
		Лекції	Прак. занят.	Сам. р-та
<b>Частина 1. Формальні моделі алгоритмів та обчислюваних функцій</b>				
1	<b>Тема 1.</b> Алгоритми. Формальні моделі алгоритмів. МНР-програми.	2	2	3
2	<b>Тема 2.</b> Машини Тьюрінга. Нормальні алгоритми Маркова.	2	2	3
3	<b>Тема 3.</b> Системи Поста. Формальні граматики.	2	2	4
4-5	<b>Тема 4.</b> Квазіарні та $n$ -арні частково рекурсивні функції. Примітивні програмні алгебри. Примітивна мова програмування <i>S IPL</i> .	4	2	10
Всього за частиною 1		10	8	20
Контрольна робота № 1 (за матеріалом частини 1)				
<b>Частина 2. Теза Чорча. Нумерації, універсальні функції</b>				
6-7	<b>Тема 5.</b> Кодування, нумерації. Канторові нумерації. Універсальні класи алгоритмів. Теза Чорча.	4	2	6
8	<b>Тема 6.</b> Нумерації ЧРФ. Теорема про параметризацію ( $s$ - $m$ - $n$ -теорема). Універсальні функції	2	2	4
9	<b>Тема 7.</b> Теореми Кліні про рекурсію (про псевдонерухому точку для індексних РФ).	2	2	4
Всього за частиною 2		8	6	14
<b>Частина 3. Розв'язність та нерозв'язність. Звідності</b>				
10-11	<b>Тема 8.</b> Рекурсивні та рекурсивно перелічні множини. Рекурсивні та частково рекурсивні предикати.	4	2	4
12-13	<b>Тема 9.</b> Нерозв'язність, часткова розв'язність масових проблем. Теореми Райса, Райса-Шапіро. Канонічні індекси скінченних множин	4	2	6
14	<b>Тема 10.</b> Звідності. $m$ -звідність. Продуктивні та креативні множини.	2	2	4
15	<b>Тема 11.</b> $m$ -повнота і креативність. Імунні та прості множини.	2	2	4
16	<b>Тема 12.</b> Відносна обчислюваність. Релятивізація теорем. $T$ -звідність.	2	2	6
Всього за частиною 3		14	10	24
Контрольна робота № 2 (за матеріалом частин 2 та 3)				
<b>Частина 4. Арифметичність. Ефективні оператори. Складність обчислень</b>				
17	<b>Тема 13.</b> Арифметичність; теорема Тарського. Арифметична ієрархія.	2	2	4
18	<b>Тема 14.</b> Монотонні, неперервні оператори. Оператори переліку. Частково рекурсивні, рекурсивні оператори.	2	2	4

19–20	<b>Тема 15.</b> Теорема Майхілла-Шепердсона. Теореми Кліні про нерухому точку Використання теорем про НТ в програмуванні.	4	2	6
21	<b>Тема 16.</b> Складність обчислень. $P$ -повні та $NP$ -повні проблеми. Міри обчислювальної складності.	2	0	4
Всього за частиною 4		10	6	18
Контрольна робота № 3 (за матеріалом частини 4).				
Колоквіум (за матеріалом частин 1–4).				
<b>ВСЬОГО</b>		42	30	76
Консультація			2	

Загальний обсяг– **150 год.**, у тому числі:

Лекцій – **42 год.**,

Консультацій – **2 год.**,

Практичних занять – **30 год.**,

Самостійна робота – **76 год.**

### **Теми, винесені на самостійне вивчення**

Регістрові машини.

Різновиди машин Тьюрінга.

Комбінаторні системи. Різновиди формальних граматики.

Опис семантики мови програмування *SIPPL*.

Еквівалентність формальних моделей алгоритмів та АОФ.

Обчислювані нумерації, Гьодельові нумерації.

Теорема про парну рекурсію.

Властивості РМ, РПМ, РП, ЧРП. Теорема Сколема.

Комбінаторні проблеми (відповідностей Поста, еквівалентності слів), їх нерозв'язність.

Структура рекурсивних 1-степенів.

Рекурсивний ізоморфізм, зв'язок з 1-еквівалентністю.

Гіперімумні та гіперпрості множини.

Теорема Деккера.

Структура та властивості  $T$ -степенів.

Теореми про арифметичну ієрархію.

Перелічність, розв'язність, нерозв'язність логічних числень.

Нерозв'язність формальної арифметики.

Теореми про нерухому точку в математиці. Використання теорем про НТ в інформатиці й програмуванні.

Міри обчислювальної складності. Теорема про прискорення.

Елементарні (за Кальмаром) функції.

## 9. Рекомендовані джерела

### *Основні*

1. Катленд Н. Вычислимость. Введение в теорию рекурсивных функций. – М., 1983.
2. Лавров И.А., Максимова Л.Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. – М., 2001.
3. Мальцев А.И. Алгоритмы и рекурсивные функции. – М., 1965.
4. Нікітченко М.С., Шкільняк О.С., Шкільняк С.С. Теорія алгоритмів. – К., 2015.
5. Нікітченко М.С., Шкільняк С.С. Математична логіка та теорія алгоритмів. – К., 2008.
6. Роджерс Х. Теория рекурсивных функций и эффективная вычислимость. – М., 1972.
7. Шкільняк С.С. Математична логіка. Приклади і задачі. – К., 2007.
8. Шкільняк С.С. Теорія алгоритмів. Приклади й задачі. – К., 2012.

### *Додаткові*

9. Ахо А., Хопкрофт Дж., Ульман Дж. Построение и анализ вычислительных алгоритмов. – М., 1979.
10. Глушков В.М., Цейтлин Г.Е., Ющенко Е.Л. Алгебра, языки, программирование. – К., 1978.
11. Гросс М., Лантен А. Теория формальных грамматик. – М., 1971.
12. Капітонова Ю.В., Кривий С.Л., Летичевський О.А. та ін. Основи дискретної математики. – К., 2002.
13. Клини С. Математическая логика. – М., 1973.
14. Лисовик Л.П., Редько В.Н. Алгоритмы и формальные системы. – К., 1981.
15. Лісовик Л.П., Шкільняк С.С. Теорія алгоритмів. – К., 2003.
16. Манин Ю.И. Вычислимое и невычислимое. – М., 1980.
17. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. – М., 1976.
18. Непейвода Н.Н. Прикладная логика. – Новосибирск, 2000.
19. Нікітченко М.С. Теорія програмування. Частина 1. – Ніжин, 2010.
20. Нікітченко М.С., Панченко Т.В., Поляков С.А. Теорія програмування в прикладах і задачах. – К., 2015.
21. Успенский В.А., Семенов А.Л. Теория алгоритмов: основные открытия и приложения. – М., 1987.
22. Шенфилд Дж. Математическая логика. – М., 1975.